

# Kurzdarstellung der Diplomarbeit

„Initial Correlations in Open Quantum Systems“

von Manuel Gessner,

betreut von Heinz-Peter Breuer

Quantenkorrelationen spielen eine wichtige Rolle in vielen Anwendungen der Quanteninformationstheorie und sind die Grundlage für die Realisierung eines Quantencomputers. Darüber hinaus spielen Korrelationen in der theoretischen Beschreibung offener Quantensysteme eine wichtige Rolle. Fast alle Methoden zur Herleitung einer Mastergleichung zur Beschreibung der Dynamik eines offenen Systems, welches mit seiner Umgebung wechselwirkt, basieren auf der Annahme, dass der Anfangszustand keinerlei Korrelationen zwischen System und Umgebung aufweist. Verschwindende Anfangskorrelationen werden daher in grundlegenden Theorien vieler verwandter Fachgebiete wie Quantenoptik, Quantenchemie und Festkörperphysik angenommen. Eine experimentelle Überprüfung der Gültigkeit dieser Annahme ist schwierig, da der Gesamtzustand von System und Umgebung normalerweise nicht vollständig zugänglich ist. Für die meisten Methoden zum Nachweis von Korrelationen in einem Quantenzustand wird angenommen, dass der gesamte Zustand gemessen werden kann. In dieser Diplomarbeit wird eine Methode vorgestellt, die es erlaubt, Korrelationen eines Quantenzustandes zwischen zwei Systemen zu detektieren, wobei ausschließlich eines der beiden Systeme für Operationen zugänglich sein muss. Dies kann auf beliebige offene Quantensysteme angewandt werden, da die Einschränkung, dass die Umgebung nicht zugänglich ist und weder gemessen noch verändert werden kann, berücksichtigt wird. Die Methode basiert auf Zustandstomographie und nicht-selektiver Messung im offenen System, zwei Techniken, die mit heutiger Technologie an verschiedenen physikalischen Systemen realisierbar sind. Durch eine lokale Operation, die nicht-selektive Messung, wird aus dem ursprünglichen Zustand ein Referenzzustand erzeugt. Anhand der Dynamik im offenen, zugänglichen System für den ursprünglichen Zustand, sowie den Referenzzustand können nun die Korrelationen des ursprünglichen Zustandes detektiert werden.

Zur Abschätzung des Erfolges dieser Detektionsmethode wird ein statistischer Ansatz zur Behandlung komplexer offener Quantensysteme verfolgt. Damit sollen insbesondere generische Effekte, die in einer Vielzahl von Systemen zum Ausdruck kommen, untersucht werden können. In aller Allgemeinheit werden Mittelwerte in Form höherer Momente des Haar-Maßes der unitären Gruppe hergeleitet, indem Konzepte der Gruppentheorie, der Theorie der Zufallsmatrizen und der Quanteninformationstheorie angewandt werden. Dabei erlaubt die spezielle Symmetrie des Haar-Maßes eine explizite Bestimmung dieser Ausdrücke. Dem Integral über die unitäre Gruppe mit dem Haar-Maß entspricht eine uniforme Mittelung über die Menge der unitären Zeitentwicklungsoperatoren, wobei alle unitären Matrizen dasselbe statistische Gewicht zugewiesen bekommen. Diese Resultate ermöglichen eine statistische Behandlung dynamischer Effekte in offenen Quantensystemen, indem Ensemble-Mittelwerte über alle möglichen dynamischen Realisierungen betrachtet werden. Außer dem Erwartungswert kann für spezielle Ausdrücke auch die Varianz bestimmt werden. Zusätzlich kann durch eine Trennung der Eigenvektoren und der Eigenwerte des Hamiltonians ein vom Energiespektrum abhängiger Erwartungswert hergeleitet werden, indem zunächst nur die Matrizen der Eigenvektoren gemittelt werden. Darüber hinaus bleibt bei dieser Technik auch die Zeitabhängigkeit des Erwartungswertes erhalten, was die Interpretation einer gemittelten Dynamik erlaubt. Dieser Erwartungswert kann nach bekannten Verteilungen der Energieniveaus gemittelt werden, was wiederum eine Unterscheidung zwischen typischen chaotischen und regulären Systemen erlaubt. Aus der

Theorie der Zufallsmatrizen ist bekannt, dass die Verteilung des Abstandes benachbarter Energieniveaus entscheidende Informationen darüber enthält, ob ein System chaotisches Verhalten zeigt, oder im semiklassischen Limes integrabel und damit regulär ist. In dieser Arbeit werden sowohl reguläre Systeme, charakterisiert durch eine Poisson-Verteilung der Energieabstände, als auch chaotische Systeme ohne Zeitumkehrsymmetrie, repräsentiert durch das Gaußsche unitäre Ensemble, untersucht.

Dieser allgemeine statistische Ansatz kann nun auf die Methode zur lokalen Detektion von Anfangskorrelationen angewandt werden. Die dynamische Größe, die das Vorhandensein von Anfangskorrelationen anzeigt, ist für das Ensemble-Mittel direkt proportional zu einem Maß für Quantenkorrelationen im Sinne des Quantum-Discords. Damit wird gezeigt, dass für ein generisches System ein nicht-verschwindender Quantum-Discord eine notwendige und hinreichende Bedingung ist, um die Korrelationen erfolgreich mithilfe der vorgestellten Methode zu detektieren. Diese Aussage ist sogar für eine beliebige Eigenwertverteilung des Hamilton-Operators gültig, solange die Eigenvektoren als zufällig angenommen werden können. Der Quantum-Discord ist ein moderner Ansatz zur Charakterisierung der Quantenkorrelationen eines Zustandes, der in den letzten Jahren große Aufmerksamkeit in der Quanteninformationstheorie erlangt hat. In einem hinreichend komplexen System erwarten wir also, dass man mit der Methode jeden nicht-klassisch korrelierten Anfangszustand erfolgreich detektieren kann.

Obwohl das Vorkommen von Anfangskorrelationen als allgegenwärtig angenommen werden muss, deutet das Ergebnis dieser Diplomarbeit an, dass deren Effekt auf das offene System im Mittel vernachlässigbar wird, falls eine große Umgebung Einfluss auf die Systemdynamik hat. Im Mittel wird es bei ansteigender Umgebungsdimension immer schwieriger den dynamischen Einfluss der Anfangskorrelationen im offenen System zu beobachten. Dieses Ergebnis bringt auch neues Licht auf die Frage, warum viele der Mastergleichungen die unter der Annahme eines faktorisierten Anfangszustandes hergeleitet wurden gute Ergebnisse liefern, obwohl diese Annahme selten exakt erfüllt ist.